

# 数学科学習指導案

授業日時 令和元年9月17日(火) 第1校時  
 授業学級 3年D組 男子20名 女子20名 計40名  
 授業会場 3年D組(406)教室  
 授業者 \_\_\_\_\_  
 指導教員 \_\_\_\_\_  
 指導者 \_\_\_\_\_

## 1 単元名

You は図形の面積スキャナー (3年 二次方程式の利用)

## 2 単元の目標 (ア:数学への関心・意欲・態度イ:数学的な見方や考え方ウ:数学的な技能エ:数量や図形などについての知識・理解)

### ア【数学への関心・意欲・態度】

様々な事象に潜む数理をとらえ、数学的に考えていくことに関心をもち、二次方程式を活用して問題を解決していこうとする。

### イ【数学的な見方や考え方】

数学の事象に潜む数量関係を論理的に考察し、問題に即して解釈して答えを求めたり、習得した知識及び技能を活用して、発展させた事象についても思考・判断し、数理を基に解決したりすることができる。

### ウ【数学的な技能】

問題から等しい数量関係に着目して方程式をつくり、目的に応じた式変形をしたり、方程式を解くため手順に従ったりして、答えを求めることができる。

### エ【数量や図形などについての知識・理解】

問題文の図形の面積や長さについて等しい数量関係を見出し、文字を用いて方程式をつくったり、求めた解から答えを導いたりするための過程を理解することができる。

## 3 単元展開 (全2時間)

学習活動	時間
正方形内部にある四角形の一辺の長さをどのように求めるか考える場面で、問題文の仮定をもとに、内部に作られる四角形が正方形であることを見いだしたり、図形において等しくなる数量関係に着目したりすることを通して、二次方程式を用いて解くことができる。	1
正方形の辺上にある3点を結んでつくられる三角形の面積をどのように求めたらよいか考える場面で、辺上を移動する2点と三角形の面積の変化の様子をとらえたり、出発してから時間をx秒としたときに、正方形と正方形の内部にできる複数の三角形についての数量関係に着目したりすることを通して、二次方程式を立式して解くことができる。【本時】	1 (本時)

## 4 本時の主眼

正方形の異なる辺上にある3点を結んでつくられる三角形の面積をどのように求めたらよいか考える場面で、GeoGebraを用いて辺上を移動する2点と三角形の面積の変化の様子をとらえたり、出発してから時間をx秒としたときに、正方形と内部にできる三角形についての数量関係に着目したりすることを通して、求めたい三角形の数量を他の三角形の数量に注目して表現し、解決することができる。

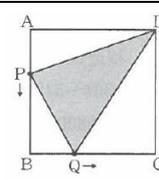
## 5 本時の位置 (全2時間扱い中 第2時)

<前時>複数の図形で等しくなる数量関係に着目して、二次方程式をつくり、解を求めることができた。

## 6 指導上の留意点

・GeoGebraを用い、毎秒移動する2点と三角形の面積の変化の仕方を理解することができるようにする。

## 7 展 開

過程	学習活動	予想される生徒の反応や意識 (◎)	教師の支援 (・) と 評価	時間
導          入	1 本時の学習問題を考える。 【全体】	<p>〈学習問題〉 1辺が14cmの正方形ABCDで、点Pは辺AB上をAからBまで、点Qは辺BC上をBからCまで、どちらも毎秒1cmの速さで動く。点P、QがそれぞれA、Bを同時に出発するとき、△PQDの面積が74cm<sup>2</sup>になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。</p> <p>◎求めたいものは△PQDが74cm<sup>2</sup>になるときの時間だね。          ◎求めたいものは文字で置きたいよね。          ◎△PQDの面積が与えられているね。          ◎面積に注目すれば方程式をたてることができそうだ。          ◎文字を使って△PQDは表すことができないかな。</p>	 <p>・求めたいものは何か尋ねることで、時間を文字において、方程式が活用できないか、想起することができるようにする。          ・問題文の中で等しい数量関係は何か尋ねることで、△PQDの面積が74cm<sup>2</sup>になることを理解し、△PQDに着目して考えていけばよいと見通しをもつことができるようにする。</p>	7

<p>導 入</p>	<p>2 学習課題を設定する。【全体】</p>	<p>◎点 P と点 Q が動くことで△PQD の面積は変化しているね。 ◎時間がたっても点 D の位置や辺 AD の長さは変わらないね。 ◎辺 AP や辺 PB は時間によって長さが変わっていくね。 ◎ x 秒後の辺の長さは x で表すことができるんじゃないかな。 ◎AP の長さは x, PB の長さは (14 - x) で表すことができるよね。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>〈学習課題〉 x や (14 - x) を用いて方程式をつくり、解決することはできないだろうか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• GeoGebra を用いて、異なる辺上を動く 2 点の様子を確認し、時間の経過によって変化することと変化しないものは何か尋ねることで、正方形の辺の長さに注目し、辺の長さを文字で表すことができないか想起できるようにする。</li> <li>• x 秒後の AP の長さを x cm と表したことで他にも x を用いて表すことができる辺がないか尋ねることで、PB も x を用いた式で表すことができることに気付くことができるようにする。</li> </ul>	
<p>展</p>	<p>3 解決の見通しを持ち、個人で解を追究する。【個人】</p> <p>4 解決の仮定を共有する。【全体】</p>	<p>◎正方形の辺の長さを x で表すことができたから△APD の面積を x で表すことができそうだな。 ◎△PBD と△QCD も同様に x で表すことができそうだね。 ◎ (△PQD) = (正方形の面積) - (△APD) - (△PBQ) - (△QCD) と表すことができるよね。 ◎ (△PQD) = 74cm<sup>2</sup> が問題文からわかっているね。  ◎ x 秒後の AP, BQ の長さは x, PB, QC の長さは (14 - x) と表すことができる。 (△PQD) = 14<sup>2</sup> - 1/2 × 14 × x - 1/2 × (14 - x) × x - 1/2 × (14 - x) × 14 74 = 196 - 7x - 7x + x<sup>2</sup>/2 + 7x - 98 x<sup>2</sup> - 14x + 24 = 0 (x - 6)(x - 8) = 0 x = 6, 8 0 ≤ x ≤ 14 より、求める解は 6 秒後と 8 秒後</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• x を使って表すことができる数量がないか尋ねることで、△PQD 以外の三角形の面積を表すことができるのではないかという見通しを持つことができるようにする。</li> <li>• △PQD 以外の三角形の面積を表現できたことで、新たにわかることはないか尋ねることで、正方形の面積と三角形の面積の和が等しいということに注目することができるようにする。</li> <li>• 求めた解は両方とも答えになるのか尋ねることで、動点の動く範囲に注目し、x の変域について考えることができるようにする。</li> </ul> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>△PQD 以外の数量に着目し、等しい数量関係を見出して、問題の解決ができていないかワークシートの記述から評価する。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 今回の解決の鍵はどんなことか尋ねることで、求める三角形以外の数量関係に着目することも大切であると気づくことができるようにする。</li> </ul>	<p>10</p> <p>8</p>
<p>開</p>	<p>5 確認問題を解く【個人・全体】</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>〈確認問題〉 右のような直方体があります。点 P は辺 EF 上を毎秒 2cm の速さで E から F まで、点 Q は辺 EH 上を毎秒 1cm の速さで E から H まで動きます。P, Q が同時に出発するとき、三角錐 CGQP の体積が 64cm<sup>3</sup> になるのは、出発してから何秒後か求めなさい。</p> </div> <p>◎三角錐の求め方は底面積×高さだね。 ◎底面積は学習問題と同じ考え方で求められるかな。 ◎高さは動かないから三角錐を求めるときの(高さ) × 1/3 は動点に関係なく一定だね。 ◎底面積が分かれば三角錐の体積が分かるから、底面積について考えてみよう。  ◎ (△GPQ) = 72 - {12 × (6 - x) × 1/2 + x × 2x × 1/2 + (12 - 2x) × 6 × 1/2} ◎ (△GPQ) = -x<sup>2</sup> + 12x ◎ (三角錐 CGQP) = (△GPQ) × 1/3 × 6</p>	<div style="text-align: center;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 学習問題と何が変わったか尋ねることで、立体になったことを確認し、高さについても注目することができるようにする。</li> <li>• 動点が動いているときに変化しないものは何か尋ねることで、高さが一定ということに気付くことができるようにする。</li> <li>• どの部分を高さとしてよいか尋ねることで、垂直になっている部分を高さにするよかと理解することができる。</li> <li>• 求めた二つの解をどちらも答えとしてよいか尋ねることで、変域に注目して、答えを求めることができるようにする。</li> </ul>	<p>10</p> <p>10</p>

展 開		$\odot 64 = -2x^2 + 24x$ $\odot x^2 - 12x + 32 = 0$ $\odot (x-8)(x-4) = 0$ $\odot x = 4, 8$ $0 \leq x \leq 6$ なので求める解は $x = 4$		
終 末	6 授業を振り返って感想を書く。 【個人】	$\odot$ 三角形の面積から三角錐の体積を求める問題に変わったときは驚いたが、三角形の面積を求めたときと同じように体積のときも考えることで求めることができた。 $\odot$ 三角錐の体積は、底面積と高さについてそれぞれ分けて考えることで求めることができた。 $\odot$ 求めたい三角形を表すときに、ほかの三角形の数量に注目すれば表すことができるということが理解できた。	・ 授業を振り返り、分かったことや気づいたことをワークシートへ記入するように促すことで、求めたい数量があるときに、ほかの数量に注目するという考え方が大切だったことや、平面の面積の問題を解くときの考え方をういて立体の体積の問題を解くことができたということを確認することができるようにする。	5

### 8 板書計画

9/17 二次方程式の利用

<学習問題>

一辺の長さが14cmの正方形ABCDで、点Pは辺AB上をAからBまで、点Qは辺BC上をBからCまで、と5秒毎秒1cmの速さで動く。点P、Qが出発後、A、Bを同時に出発するとき、 $\triangle PQD$ の面積が $14\text{cm}^2$ になるのは出発してから何秒後か求めよ。

<学習成果整理>

$x$ が $(14-x)$ を用いて方程式をつくり、解決することはできないだろうか。

<見通し>

・ 求めたいもの... 時間  
 式でおく  $x$   
 0分か、1秒... 点Pと点Qの動く速さ 毎秒1cm  
 ...  $\triangle PQD$ の面積  $14\text{cm}^2$

・ GeoGebraを見て分かったこと。  
 1秒につき AP, BQは1cmずつ増える。  
 $x$ 秒 ... AP, BQの長さ  $x\text{cm}$   
 QCの長さ  $(14-x)\text{cm}$

( $\triangle PQD$ ) = (正方形の面積)  
 $- (\triangle APD)$   
 $- (\triangle PBQ)$   
 $- (\triangle QCD)$

( $\triangle PQD$ ) =  $14^2$   
 $- \frac{1}{2} \times 14 \times x$   
 $- \frac{1}{2} \times (14-x) \times x$   
 $- \frac{1}{2} \times (14-x) \times 14$

$14 = 196 - 7x - 7x + 7x^2 - 98$   
 $x^2 - 14x + 24 = 0$   
 $(x-6)(x-8) = 0$   
 $x = 6, 8$

求める解は 6秒と8秒

スクリーン

GeoGebra

- 準備するもの
- ・ 学習プリント
  - ・ 確認プリント
  - ・ パソコン
  - ・ プロジェクター